PARTIE PHYSIQUE

Cette partie est notée sur 8 points.

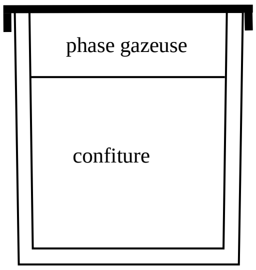
Préambule : ‘exprimer sous forme numérique’ veut dire qu’il s’agit d’écrire le calcul à réaliser en mettant tous les termes en unité du système international (unités fondamentales ou dérivées). Par exemple à la question ‘exprimer sous forme littérale et numérique le temps t nécessaire à parcourir la distance D de 8 km à une vitesse V de 5 km/h’ ; il faut répondre :

$$t = \frac{D}{V} = \frac{8000}{(5000/3600)}\,\mathrm{s}$$

Il n’est pas demandé de faire le calcul.

Refroidissement d’un pot de confiture

De la confiture bouillante est introduite dans un pot en verre. Très rapidement la température du bocal en verre et de la confiture s’équilibrent autour de 90°C. Le pot est ensuite rapidement fermé par un couvercle en acier et laissé à température ambiante. On considère que l’étanchéité est assurée immédiatement. L’objectif général du problème est d’analyser comment évolue la température et la pression au sein du pot. L’état juste après la pose du couvercle est appelé état initial (t=0). Celui après un temps très long passé à 20°C, typiquement le lendemain, est appelé état final.



diamètre intérieur du pot	D=7 cm
hauteur intérieure du pot	H=8.5 cm
masse de confiture	m=350 g
masse volumique de la confiture	ρ=1230 kg·m^{-3}
capacité thermique massique de la confiture	c=2750 J·kg^{-1}·K^{-1}.
masse du bocal en verre	m_v= 195 g
masse volumique du verre	ρ_v=2700 kg·m^{-3}
capacité thermique massique du verre	c_v=800 J·kg^{-1}·K^{-1}
masse molaire de l’eau	M_e=18 g·mol^{-1}
chaleur latente de vaporisation de l’eau	L= 2257 kJ·kg^{-1}
pression extérieure	p_{atm}=1,013·10^5 Pa
température ambiante	T_a=20°C
constante des gaz parfaits	R=8,314 J·mol^{-1}·K^{-1}
accélération de la pesanteur	g=9,81 m·s^{-2}

Les parties A, B, C et D peuvent être traitées indépendamment. On pourra utiliser dans une question les valeurs numériques fournies précédemment dans l’énoncé. Par exemple, dans la question B.1 on peut utiliser le résultat $n_{e.i}$ =7,14·10^{-4} mole fourni en question A.3.

A) Etat initial (juste après la fermeture du pot)

Initialement, la température de la confiture et du bocal en verre est de T_i=90°C, la pression dans la phase gazeuse située au-dessus de la confiture est de p_i=1,013·10^5 Pa, la fraction molaire de vapeur d’eau dans la phase gazeuse est de $x_{e.i}$=0,5 ; le reste de la phase gazeuse est constitué d’azote N_2 (on néglige la présence d’oxygène).

A.1) Exprimer sous forme littérale et numérique le volume de confiture : V_c ainsi que sa hauteur : H_c
On trouve $V_c = 284{,}6$ cm^3 et $H_c = 7{,}394$ cm
A.2) Exprimer sous forme littérale et numérique le volume de gaz : V_g
On trouve $V_g = 42{,}6$ cm^3
A.3) Exprimer sous forme littérale et numérique le nombre initial de moles de vapeur d'eau : $n_{e.i}$
et le nombre de mole de N_2: n_a
On trouve $n_{e.i} = =7{,}14 \cdot 10^{-4}$ mole
A.4) Exprimer sous forme littérale et numérique la pression initiale au fond du pot : $p_{\text{fond.i}}$

B) Etat final (après un temps très long passé à T_a=20°C)

B.1) Exprimer sous forme littérale et numérique la pression partielle finale d'azote : $p_{\text{f.a}}$
(On néglige la fraction d'azote pouvant être dissoute dans la confiture)
On trouve $p_{\text{f.a}} = 4{,}09 \cdot 10^4$ Pa.
B.2) Exprimer sous forme littérale et numérique la pression totale finale de la phase gazeuse : p_f, sachant que la pression partielle de vapeur d'eau correspondant à l'équilibre liquide/vapeur à 20°C vaut $p_{\text{sat(20°c)}}$=2337 Pa.
On trouve $p_f = 4{,}32 \cdot 10^4$ Pa.
B.3) Exprimer sous forme littérale et numérique la résultante des forces de pression exercée sur le couvercle dans la direction verticale : F_p

C) Variation d'énergie et condensation entre l'état initial et l'état final

C.1) Exprimer sous forme littérale et numérique la variation d'énergie interne de la confiture et du pot en verre entre l'état initial et l'état final.
C.2) Exprimer sous forme littérale et numérique le nombre de mole de vapeur d'eau dans l'état final : $n_{e.f}$
On trouve $n_{e.f} = 4{,}08 \cdot 10^{-5}$ mole
C.3) Exprimer sous forme littérale et numérique la masse de vapeur d'eau qui s'est condensée (noté $m_{e.c}$) entre l'état initial et l'état final.
C.4) Exprimer l'énergie totale transférée par le pot de confiture à l'ambiance entre l'état initial et l'état final (on néglige la variation d'énergie interne du couvercle).

D) Refroidissement dans de l'air non ventilé.

On néglige ici l'énergie dégagée par la condensation d'une partie de la vapeur d'eau. On suppose qu'à un instant donné, la confiture et le verre ont à peu près partout la même température : T.
Le flux de chaleur (en W) transféré du pot vers l'air ambiant est supposé égal à : $h \cdot S \cdot (T - T_a)$ où
h est le coefficient de transfert de chaleur par convection supposé constant et égal à 10 W·m^{-2}·K^{-1},
S est la surface d'échange entre le pot de verre et l'air (S= 225 cm^2)
T est la température de la confiture (qui est également celle du verre)
T_a est la température de l'air ambiant

D.1) A partir du premier principe de la thermodynamique écrire l'équation différentielle permettant de calculer l'évolution de la température de la confiture au cours du temps. On pourra, pour cela, écrire un bilan entre les instant t et (t+dt) entre lesquels la température sera passée de T à T+dT. Cette équation fera intervenir : T, t, m, c, m_v, c_v, h, S et T_a.
D.2) Résoudre de façon littérale cette équation différentielle
D.3) Exprimer le résultat sous la forme $(T - T_a)/(T_i - T_a) = \exp(-t/\tau)$.
Exprimer τ en fonction de m, c, m_v, c_v, h, S
Vérifier l'homogénéité dimensionnelle de τ
On trouve τ =83 min.
D.4) Combien de temps faut-il attendre avant de pouvoir saisir les pots sans risque (T<45°C) sachant que $\ln(70/25) \approx 1$